

# 基於 RBF 類神經網路之非線性增益控制器 於磁浮系統性能改善

\*陳盛基<sup>1</sup>、郭俊毅<sup>2</sup>

南臺科技大學電機工程系

\*amtfcsg123@stust.edu.tw

## 摘要

本研究應用於非線性磁浮系統，針對平衡點建立線性化的數學模型，且分析系統操作點的穩定性，並根據系統動態設計控制器。為了使鐵球穩定懸浮於每個氣隙高度，本文運用徑向基函數類神經網路 (radial basis function neural network, RBFNN) 結合比例積分微分 (PID) 控制器，建構出一種線上學習且非線性增益的智慧型控制器，將受控體與徑向基函數網路之輸出所產生的誤差透過類神經網路的自我學習能力調整出最佳化的控制參數。對於磁浮系統的控制加入離散化的低通濾波器，濾除感測器雜訊以改善系統的動態響應，形成具有數位濾波且非線性增益的回授控制架構。除了懸浮於每個高度的定位控制，本文嘗試以 1Hz 與 10Hz 正弦波的位置命令進行追蹤控制，控制效果皆能達到理想的系統響應，實驗結果顯示本文所提出的控制器優於傳統 PID 控制器，大幅提昇系統的性能。

**關鍵詞：**磁浮系統、比例積分微分 (PID) 控制器、RBF 類神經網路、數位低通濾波器

## RBF Neural Network Based Nonlinear Gain Controller to Improve Magnetic Levitation System Performance

\*Seng-Chi Chen, Chun-Yi Kuo

Department of Electrical Engineering, Southern Taiwan University of Science and Technology

### Abstract

In this study, a nonlinear gain controller, based on radial basis function neural network (RBFNN), is presented to manipulate a linearized magnetic levitation system (MLS). The controller was developed in accordance with the system dynamic and equilibrium point. To control the stable levitation of the steel ball in the air gap, the proposed controller exploited RBFNN structure with online learning to identify PID gains. Through the RBFNN self-learning ability, the controller had optimal tuning parameters. Due to linearized system and uncertainties of disturbance by the position feedback sensor device, the digital low pass filter was utilized in the system and nonlinear gain feedback control was designed. To validate the proposed MLS controller, many experiments were performed to evaluate system performance and compared with the conventional PID controller. Experimental results demonstrate the proposed controller, positioning and tracking different frequencies of sine-waves with amplitudes of 1 and 10 Hz, delivers high performances.

**Keywords:** Magnetic Levitation System, PID Controller, RBFNN, Digital Low Pass Filter

## 壹、前言

磁浮系統(magnetic levitation system)利用通入電磁鐵的電流並對受控物體產生磁力(或斥力)使其能懸浮於空中。由於受控物體為漂浮狀態，因此能避免機械運轉時所產生的摩擦、噪音和震動，不會有粉塵的出現，也大幅降低維修的成本，磁浮的非接觸特性能於特殊環境使用，如真空中、無塵室等，工業界針對磁浮的原理以及優點發展出許多應用，例如磁浮軸承使用電磁力在沒有任何接觸下讓轉子懸浮於氣隙中，因為無接觸的系統架構沒有磨損的問題，不需潤滑也不會造成環境汙染，而在航空、能源以及高速的精密加工機具都能廣泛的被使用，在交通運輸上也成功研發出能高速行駛的磁浮列車，使生活更加便利[1-3]。

磁浮系統為先天非線性的動態系統，在開迴路的情況下是極度不穩定且對於外在的干擾非常敏感，而非線性系統在建模方法與控制器設計這兩部分是非常具有困難性。過去的文獻也提出許多方法來探討磁浮的數學模型，文獻[4-5]利用線性化回授技術將系統模型簡化，雖然磁浮系統模型被簡化，但是只能適用於線性回授的系統設計；文獻[6]中，非線性的電磁力利用泰勒級數展開近似，為了簡化複雜的數學模型並用二階的微分方程表示，系統利用泰勒級數展開由於在高階項對於系統變化很小通常被忽略。雖然非線性系統利用線性化的方式可以求得近似的表示式，但是這樣的數學模型只適用操作於系統平衡點附近的區域[7]，一旦系統變化大於此工作點，控制器就無法掌握系統的動態得到良好的控制效果，也可能因為失去控制而造成系統發散，從上述的結果可以得知簡化的系統模型是難以完成高性能的輸出響應，因此控制器的設計變得非常的重要。而傳統的控制器例如比例-積分-微分(PID)控制器，這種控制器設計利用調整增益的方式就能夠簡單的實現，許多文獻對於 PID 增益的調整方式已經提出很完整的策略，在近幾年來，結合高增益觀測器、模糊適應性增益調控、粒子群聚演算法，根據系統動態調整適合的增益參數[8-9]。另外，GSA 是一種新型的智慧型控制策略，其優點為簡單並且不需要太多的條件假設，文獻[10]利用 GSA 方法於磁浮系統控制器設計上，PID 增益透過 GSA 得到最佳的調控，利用反覆調整的 PID 參數使系統穩定並消除穩態誤差，最後結合模擬與實驗結果成功地得到驗證。在其他控制器方面，磁浮系統也能使用模糊控制、滑模控制、適應性控制或者兩種不同控制器的結合，模糊控制對模型不清楚的系統能得到理想的控制效果，但是對於模糊集合、歸屬函數的計算往往透過經驗以及試錯的方式得到，無法明確得到最佳化的參數，而滑模控制在切換開關的過程中會產生高頻的成分，另一方面，適應性控制需要大量的計算，造成控制器設計的負擔，在暫態性能無法有較理想的控制響應[11]。雖然 PID 控制器利用增益自調適的演算方式，在平衡點位置確實能夠得到穩定的控制效果，但是在磁浮非線性的動態響應上會受到阻礙且無法實現高性能的控制效果。為了能夠解決系統的非線性因素以及無法預期的外在干擾，近幾年的文獻利用具有學習能力的類神經網路架構於非線性系統的控制器設計上，RBFNN 於非線性連續函數具有局部逼近能力，且具有學習能力的特性[12]，而類神經網路也能結合現代控制，如滑模控制、魯棒控制等[13-14]，都能達到理想的系統響應，由於計算相當複雜，且要設計具有學習能力的控制器是有一定的困難度，對於精準定位控制與高頻率追蹤響應更是一大挑戰，大多數文章僅利用模擬來探討控制器的性能。

本文嘗試利用徑向基函數類神經網路架構與增益自調式 PID 控制器進行磁浮系統控制器的設計。徑向基函數(Radial Basis Function, RBF)於 1985 年 Powell 首先提出主要解決多變量插值的問題。1988 年，Broomhead 與 Lowe 將 RBF 應用於適應性神經網路的設計並建構出 RBFNN。RBFNN 屬於前向型神經網路，具有結構簡單、學習收斂速度快、能夠以任意精度來逼近連續函數。RBF 為三層的前向網路架構，雖然網路輸入到輸出之映射為非線性，但是隱藏層至輸出層之映射為線性，所以能夠加快學習速度，適合用於即時控制(real time control)。基於類神經網路的優點，本文運用 RBFNN 自我學習的架構設計控制器，且控制增益隨著鐵球懸浮高度線上調整出最佳的參數值，為了達到理想的控制效果，將濾波器進行離散化並加入控制程式[15]，形成具有數位濾波且非線性增益的回授控制架構。隨著增益的調適，鐵球能夠穩定懸浮於每個氣隙位置，並能追隨振幅大小為 0.05[mm]，頻率為 1、10[Hz]的弦波命令，實現精準定

位以及高頻率的追蹤控制，實驗結果展示本文所採用的 RBFNN-PID 控制器與傳統 PID 控制器的差異及優越性。

本文的編排方式如下:第二部分為磁浮系統的數學模型推導及模型線性化的過程；第三部分為控制器設計與低通濾波器的輸出表示；第四部份為磁浮硬體架構，介紹所使用的 ADC、DAC 模組、電流放大器以及實驗平台；第五部分為實驗結果，針對定位與弦波追蹤控制，分別比較所設計的控制器與傳統 PID 控制器間的差異性；最後為本文的結論。

## 貳、系統動態模型

圖 1 為所建構之磁浮系統示意圖，系統動態方程式可根據牛頓運動定律表示如式(1)、(2)

$$F_a = F_m - F_e \tag{1}$$

$$m_k \frac{d^2Y}{dt^2} = m_k g - F(I, Y) = m_k g - k \frac{I^2}{Y^2} \tag{2}$$

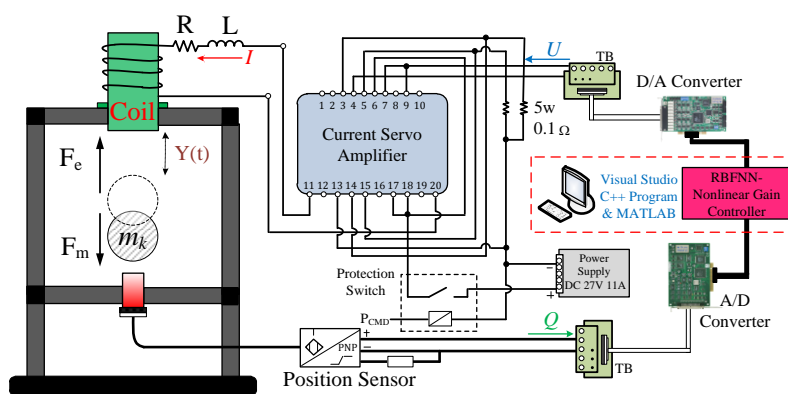


圖 1 磁浮系統架構

其中， $F_a$  為合力， $F_m$  為鐵球重力， $F_e$  為電磁力， $m_k$  為鐵球質量， $Y$  為線圈與鐵球之間的垂直距離(向下)， $k$  為粘滯摩擦係數， $g$  為重力加速度， $F(I, Y) = F_e$  為電磁鐵所產生的磁力，電磁鐵的電感與鐵球懸浮位置有關，實測數據如圖 2 所示，電磁線圈電感模型表示如式(3)

$$L(Y) = L_\infty + \frac{L_0}{1 + y_0 / a} \tag{3}$$

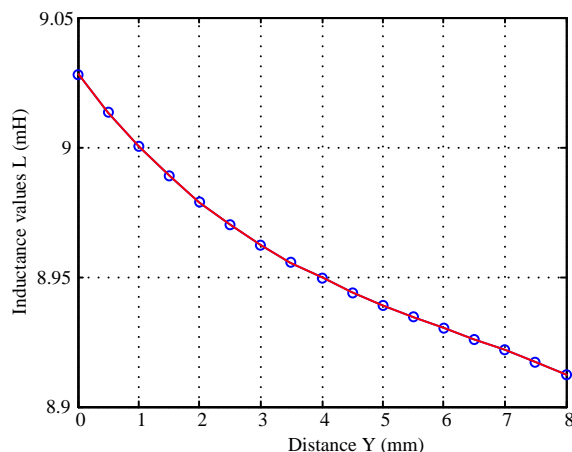


圖 2 電磁鐵電感與鐵球位置曲線圖

其中， $y_0$  為平衡點位置，對應之電感值為  $L_0$ ，當鐵球移至  $Y = \infty$  時，電感為  $L_\infty$ ， $a$  為常數。而電磁鐵內儲存的能量  $E(I, Y) = \frac{1}{2} I^2 L(Y)$ ，故電磁力可表示如式(4)

$$F(I, Y) = \frac{\partial E}{\partial Y} = -\frac{L_0 I^2}{2a(1 + y_0/a)} \quad (4)$$

當電流通入電磁鐵線圈，由 Kirchhoff Circuit Law 可得式(5)

$$V = IR + \dot{\phi} \quad (5)$$

$R$  為電磁鐵內部串聯電阻， $\dot{\phi} = L(Y) I^2$  為感應電動勢。因此，由式(2)、(4)、(5)非線性系統模型可表示如式(6)

$$\begin{aligned} \ddot{Y} &= g - \frac{1}{m_k} F(I, Y) = g - \frac{1}{m_k} \frac{L_0 I^2}{2a(1 + y_0/a)^2} \\ &= g - \frac{aL_0 I^2}{2m_k (a + y_0)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

由於磁浮系統為不穩定且非線性的系統，為了分析系統動態模型，將系統針對平衡點進行線性化。如圖 1，假設位置感測器在操作區域為線性，感測電壓  $Q$  與距離  $Y$  表示如式(7)

$$Q = \gamma Y + \hat{Q} \quad (7)$$

其中， $\gamma > 0$ ， $\gamma$  為電壓與電流的轉換斜率， $\hat{Q}$  為常數  $Q \in (0V, +4V)$ 。輸出電壓  $U$  透過線性功率放大器得轉換控制電流  $I$  表示如式(8)

$$I = \sigma U + \hat{I} \quad (8)$$

其中， $\sigma > 0$ ， $\sigma$  為功率放大器的轉換斜率，常數  $\hat{I}$  是保持  $Q = \hat{Q}$  的電流。若系統操作於平衡點處，式(7)、(8)可改寫如式(9)、(10)

$$q_0 = \gamma y_0 \quad (9)$$

$$i_0 = \sigma u_0 \quad (10)$$

其中， $q_0$  為鐵球在平衡點時之感測電壓， $y_0$  為平衡點位置， $u_0$  為平衡點輸出電壓， $i_0$  為平衡點之控制電流。

假設電流  $I$  保持常數值  $I_0$  使得鐵球穩定懸浮於  $Y > 0$  之位置  $Y_0$ ，此為系統平衡點表示如式(11)

$$Y_0 = I_0 \sqrt{\frac{k}{m_k g}} \quad (11)$$

若  $F(\bar{z}) = 0$ ，則系統狀態  $\bar{z} \in \mathcal{R}^n$  被稱作平衡點(equilibrium point)，由此定義可以推知，假設平衡點處為穩定，則必須滿足任何時刻之狀態  $z(t)$  都會收斂至平衡點  $\bar{z}$ 。磁浮系統之電磁力為非線性函數，令  $\dot{z}(t) = F(i, y)$ ，若系統平衡點為  $i = i_0$ ， $y = y_0$ ，亦即  $F(i_0, y_0) = 0$ ，將此非線性函數在平衡點處進行泰勒級數展開如式(12)

$$\dot{z} = F(i_0, y_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial i} \right|_{\Omega} (i - i_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{\Omega} (y - y_0) + H.O.T \quad (12)$$

其中  $\Omega$  代表  $i = i_0$ ， $y = y_0$ ，定義微量變動狀態  $\Delta i = i - i_0$ 、 $\Delta y = y - y_0$ ，假設  $\Delta i \cong 0$ 、 $\Delta y \cong 0$  則可以忽略泰勒級數展開的高次項  $H.O.T$ ，因此可將電磁力在平衡點位置做線性化處理，系統非線性動態方程式(2)可改寫為式(13)

$$m_k \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{2ki_0^2}{y_0^3} \Delta y - \frac{2ki_0}{y_0^2} \Delta i = \frac{2m_k g}{y_0} (y - y_0) - \frac{2\sqrt{km_k g}}{y_0} (i - i_0) \quad (13)$$

將(9)、(10)代入(13)，整理之後可得式(14)

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{2g}{y_0} q - \frac{2\gamma\sigma}{y_0} \sqrt{\frac{kg}{m_k}} u = Mq - Nu \quad (14)$$

式(14)進行拉氏轉換，可得式(15)[16]

$$\frac{Q(s)}{U(s)} = -\frac{M}{s^2 - N} \quad (15)$$

因為  $N > 0$ ，可得知系統其中一個特徵值為正，由此可證明磁浮系統在開迴路的情況下為不穩定的系統。

## 參、控制器設計

### 一、徑向基函數類神經網路架構

RBFNN 架構如圖 3 所示。RBFNN 由三層前向網路組成，分別為輸入層、隱藏層、輸出層。第一層為輸入層，根據輸入訊號節點組成；第二層為隱藏層，隱藏層之神經元可由系統需要而定。透過隱藏節點的徑向基函數實現輸入空間至隱藏空間的非線性轉換，能夠對輸入訊號產生局部響應，若輸入訊號靠近徑向基函數中心範圍時，隱藏層節點將產生較大的輸出；第三層為輸出層，輸出層與隱藏層之映射為線性。以下針對每層的設計進行說明：

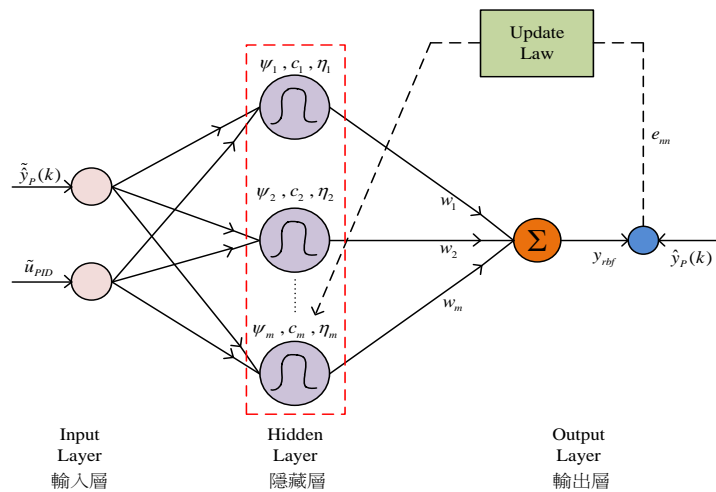


圖 3 RBFNN 架構

#### (一)輸入層 (Input Layer)

針對本研究所設計之 RBFNN 輸入層有兩個輸入訊號，分別為  $\tilde{u}_{PID}(k)$ 、 $\tilde{y}_p(k)$ ，輸入訊號  $X$  為  $2 \times 1$  的向量如式(16)所示

$$X = [\tilde{u}_{PID}(k), \tilde{y}_p(k)]^T \quad (16)$$

#### (二)隱藏層 (Hidden Layer)

隱藏層主要接收輸入層的訊息，並計算輸入向量與隱藏層各神經元中心點(center)的距離，再經由非線性函數轉換得到隱藏層各神經元的輸出，如式(17)

$$\psi_j = R(\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|), \quad j=1, 2, \dots, m \quad (17)$$

其中， $\boldsymbol{\psi}_j = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m]^T$  為隱藏層的輸出向量， $R(\cdot)$  表示非線性輻射基函數， $\mathbf{c}_j = [c_{j1}, c_{j2}]^T$  表示隱藏層第  $j$  個神經元的中心點， $\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|$  表示輸入向量與神經元之中心點  $\mathbf{c}_j$  間的歐式距離(Euclidean Distance)。隱藏層節點的徑向基函數為中心對稱，本研究對於非線性轉換採用高斯函數，如式(18)

$$\psi_j(\mathbf{X}, \mathbf{c}_j) = R(\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|_2^2}{2\eta_j^2}\right), \quad j=1, 2, \dots, m \quad (18)$$

其中， $\eta_j$  為基底函數的標準偏差。

### (三)輸出層(Output Layer)

RBF 網路輸出  $y_{rbf}$  由隱藏層輸出經與權重(weight)相乘後相加，圖 3 之網路輸出以式(19)表示

$$y_{rbf} = \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(\mathbf{X}, \mathbf{c}_j) = \sum_{j=1}^m w_j R(\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|) \quad (19)$$

其中， $y_{rbf}$  為輸出層的輸出值， $w_j$ 、 $\psi_j$  分別為第  $j$  個神經元至輸出層的權重值與隱藏層第  $j$  個神經元的輸出值。

## 二、徑向基函數學習演算法

圖 4 為 RBFNN 的學習架構圖，為了描述線上學習演算法，針對 RBF 類神經網路輸出  $y_{rbf}$  與系統輸出  $\tilde{y}_p$ ，定義誤差調整函數  $E$  如式(20)

$$E = \frac{1}{2} (y_{rbf} - \tilde{y}_p)^2 = \frac{1}{2} e_m^2 \quad (20)$$

基於最陡坡降法，所述之權重  $w_j$ 、中心節點  $c_j$  與標準偏差  $\eta_j$  的學習算法，其迭代公式採用式(21)

$$\begin{aligned} w_j(k+1) &= w_j(k) + \mu e_m(k) \psi_j(k) + \zeta (w_j(k-1) - w_j(k-2)) \\ c_{ji}(k+1) &= c_{ji}(k) + \mu e_m(k) \psi_j w_j \frac{X_i(k) - c_{ji}(k)}{\eta_j^2(k)} + \zeta (c_{ji}(k-1) - c_{ji}(k-2)) \\ \eta_j(k+1) &= \eta_j(k) + \mu e_m(k) \psi_j(k) w_j(k) \frac{\|\mathbf{X}(k) - \mathbf{c}_j(k)\|_2^2}{\eta_j^3(k)} + \zeta (\eta_j(k-1) - \eta_j(k-2)) \end{aligned} \quad (21)$$

其中， $j=1, 2, \dots, m$ ， $i=1, 2$ ， $\mu$  為學習速率(training rate)， $\zeta$  為動量因子(momentum)，本文對於神經網路參數設計是基於系統穩定性並列於表 1，經由式(21)，RBFNN 即可達成線上學習的效果並完成參數調整。

表 1 徑向基函數類神經網路參數

Parameters	Values
RBFNN Layer	
Input Layer	2
Hidden Layer	3
Output Layer	1
RBFNN Learning	
$\mu$	0.8
$\zeta$	0.5
Test and Training Data	30000

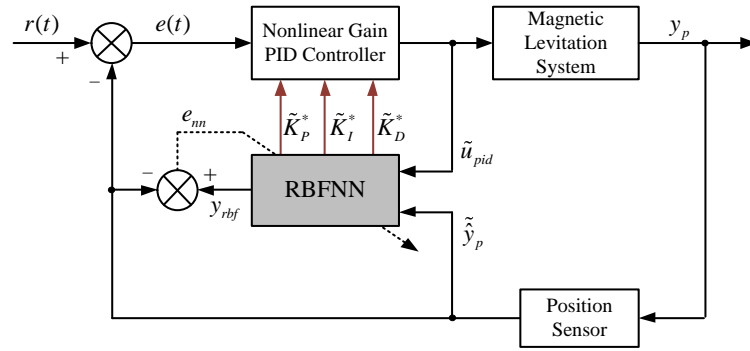


圖 4 RBFNN 學習架構圖

### 三、增益自調式 PID 控制器

PID 控制器適用線性非時變的系統，如圖 4 所示，控制器透過  $K_p$ 、 $K_I$ 、 $K_D$  三個參數調整設定，數學表示如式(22)

$$u_{PID}(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \dot{e}(t) \quad (22)$$

其中， $e(t) = r(t) - \tilde{y}_p(t)$ 。由於本文採用數位訊號控制器，為此將連續型 PID 控制器進行離散化處理，以取樣時間  $kT$  代表連續時間  $t$ ，離散型 PID 控制器可表示成式(23)

$$u_{PID}(k) = K_p e(k) + K_I \sum_{n=0}^k e(n) + K_D [e(k) - e(k-1)] \quad (23)$$

針對 PID 控制器的積分項會對  $e(k)$  進行累加，若  $e(k)$  往正或負的誤差持續累加會造成  $u(k)$  出現不正確的變化，為了改善積分項的缺點，本研究採用數位增量式 PID 控制器。根據式(23)，可以推得 PID 控制器前一個輸出如式(24)

$$u_{PID}(k-1) = K_p e(k-1) + K_I \sum_{n=0}^{k-1} e(n) + K_D [e(k-1) - e(k-2)] \quad (24)$$

令

$$\Delta u_{PID}(k) = u_{PID}(k) - u_{PID}(k-1) \quad (25)$$

將(23)、(24)代入式(25)，可得式(26)

$$\begin{aligned} u_{PID}(k) &= u_{PID}(k-1) + \Delta u_{PID}(k) \\ &= u_{PID}(k-1) + K_p(k) [e(k) - e(k-1)] + K_I(k) e(k) \\ &\quad + K_D(k) [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \\ &= u_{PID}(k-1) + K_p(k) \tilde{e}_p(k) + K_I(k) \tilde{e}_I(k) + K_D(k) \tilde{e}_D(k) \end{aligned} \quad (26)$$

其中， $\tilde{e}_p = e(k) - e(k-1)$ ， $\tilde{e}_I = e(k)$ ， $\tilde{e}_D = e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)$ 。(26)即為數位增量式 PID 控制法則，式中可得知積分項只跟當前誤差有關並且不會累積前次誤差。根據式(20)誤差調整函數  $E$ ，控制目標為  $E \rightarrow 0$ ，利用最陡坡降法 PID 控制參數  $K_p$ 、 $K_I$ 、 $K_D$  調整法則如式(27)、(28)、(29)。

$$\Delta K_p = -\zeta \frac{\partial E}{\partial K_p} = -\zeta \frac{\partial E}{\partial \tilde{y}_p} \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} \frac{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}}{\partial \Delta K_p} = -\zeta e(k) \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} \tilde{e}_p(k) \quad (27)$$

$$\Delta K_I = -\zeta \frac{\partial E}{\partial K_I} = -\zeta \frac{\partial E}{\partial \tilde{y}_p} \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} \frac{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}}{\partial \Delta K_I} = -\zeta e(k) \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} \tilde{e}_I(k) \quad (28)$$

$$\Delta K_D = -\zeta \frac{\partial E}{\partial K_D} = -\zeta \frac{\partial E}{\partial \tilde{y}_p} \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} \frac{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}}{\partial \Delta K_D} = -\zeta e(k) \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} \tilde{e}_D(k) \quad (29)$$

其中， $\zeta$  為學習速率，由式(27)、(28)、(29)可以觀察出式中共同存在一個未知項  $\partial \tilde{y}_p / \partial \Delta \tilde{u}_{PID}$ ，即為 Jacobian 信息。由於 RBFNN 經由學習後可以得出  $y_{rbf}$  逼近受控體的輸出  $\tilde{y}_p$ ，此時  $\partial \tilde{y}_p / \partial \Delta \tilde{u}_{PID}$  能夠近似  $\partial y_{rbf} / \partial \Delta \tilde{u}_{PID}$ ，RBFNN 輸出為式(30)

$$y_{rbf} = [w_1(k), w_2(k), \dots, w_m(k)] [\psi_1(k), \psi_2(k), \dots, \psi_m(k)]^T \quad (30)$$

其中， $\psi_j(k)$  計算如式(31)

$$\psi_j(k) = \exp\left(-\frac{(X(1) - c_{j1}(k))^2 + (X(2) - c_{j2}(k))^2}{2\eta_j^2}\right), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (31)$$

將(17)、(30)、(31)帶入  $\partial \tilde{y}_p / \partial \Delta \tilde{u}_{PID}$  可得式(32)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{y}_p}{\partial \Delta \tilde{u}_{PID}} &\approx \frac{\partial y_{rbf}}{\partial X(1)} = \frac{\partial}{\partial X(1)} \sum_{j=1}^m w_j \exp\left(-\frac{(X(1) - c_{j1}(k))^2 + (X(2) - c_{j2}(k))^2}{2\eta_j^2}\right) \\ &= \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(k) \frac{\partial}{\partial X(1)} \left(-\frac{(X(1) - c_{j1}(k))^2 + (X(2) - c_{j2}(k))^2}{2\eta_j^2}\right) \\ &= \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(k) \left(-\frac{2(X(1) - c_{j1}(k))}{2\eta_j^2}\right) \\ &= \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(k) \left(\frac{c_{j1}(k) - X(1)}{\eta_j^2}\right) \end{aligned} \quad (32)$$

其中， $X(1) = \tilde{u}_{PID}(k)$ 。

因此增益自調式 PID 控制器經由 RBF 類神經網路的學習能力，可得更新控制增益如式(33)、(34)、(35)

$$\tilde{K}_p^*(k) = \tilde{K}_p^*(k-1) - \zeta e(k) \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(k) \left(\frac{c_{j1}(k) - X(1)}{\eta_j^2}\right) \tilde{e}_p(k) \quad (33)$$

$$\tilde{K}_I^*(k) = \tilde{K}_I^*(k-1) - \zeta e(k) \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(k) \left(\frac{c_{j1}(k) - X(1)}{\eta_j^2}\right) \tilde{e}_I(k) \quad (34)$$

$$\tilde{K}_D^*(k) = \tilde{K}_D^*(k-1) - \zeta e(k) \sum_{j=1}^m w_j \psi_j(k) \left(\frac{c_{j1}(k) - X(1)}{\eta_j^2}\right) \tilde{e}_D(k) \quad (35)$$

#### 四、離散化低通濾波器

典型的低通濾波器方塊圖如圖 5

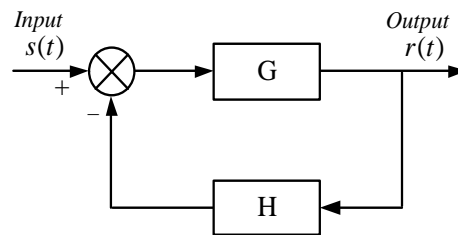


圖 5 低通濾波器系統方塊圖



若  $G = p/s$ 、 $H = 1$ ，其中  $p$  為截止頻率(rad/sec)，根據梅森規則，可得知輸出對輸入的轉移函數  $L(s)$  如式(36)

$$L(s) = \frac{R(s)}{S(s)} = \frac{p}{s+p} \tag{36}$$

利用雙線性函數轉換(Bilinear Transform)，將線性非時變(LTI)系統濾波器，由連續時間轉移函數  $L(s)$  平移至離散時間轉移函數  $L(z)$ ，經由式(37)

$$z = e^{sT} = \frac{e^{sT/2}}{e^{-sT/2}} \approx \frac{1+(T/2)s}{1-(T/2)s} \tag{37}$$

其中， $T$  為取樣週期。經由(37)轉換，解出  $s$  為式(38)

$$s = \frac{1}{T} \ln(z) = \frac{2}{T} \left[ \frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left( \frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{z-1}{z+1} \right)^5 + \dots \right] \cong \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \tag{38}$$

令  $s = j\omega$ ，在  $z$  平面的單位圓中， $z = e^{j\omega T}$ ，則

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \Big|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2}}{e^{j\omega T/2} + e^{-j\omega T/2}} = j \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right) \tag{39}$$

由式(39)得知在  $s$  平面的虛軸( $j\omega$ )將轉換至  $z$  平面的單位圓( $|z|=1$ )，將(38)代入(36)可得離散化濾波器轉移函數  $L(z)$  如式(40)

$$L(z) = \frac{R(z)}{S(z)} = \frac{p}{\frac{2}{T} \frac{(z-1)}{(z+1)} + p} = \frac{pT + pTz^{-1}}{z^{-1}(pT-2) + (pT+2)} \tag{40}$$

令  $pT = 2\pi fT = \omega T$ ，其中  $f$  為截止頻率(Hz)。根據式(40)離散化濾波器系統方塊圖表示如圖 6。

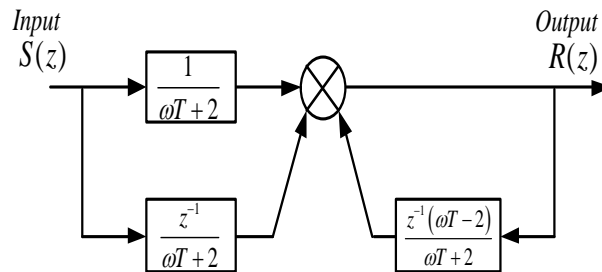


圖 6 離散化濾波器方塊圖

離散化濾波器與系統前一次輸出  $R(k-1)$ 、前一次輸入  $S(k-1)$  及目前輸入  $S(k)$  有關，系統加入離散化的濾波器能有效消除雜訊干擾。磁浮系統控制方塊圖如圖 7 所示，經由 RBFNN 所學習之控制增益透過離散化濾波器之輸出  $\tilde{u}_{PID}$  如式(41)

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{PID}(k) &= u_{PID}(k)L(k) \\ &= u_{PID}(k) \left( \frac{\omega T + \omega T(k-1)}{(k-1)(\omega T - 2) + (\omega T + 2)} \right) \\ &= \frac{u_{PID}(k)\omega T + u_{PID}(k-1)\omega T - \tilde{u}_{PID}(k-1)(\omega T - 2)}{(\omega T + 2)} \end{aligned} \tag{41}$$

其中， $\omega T = 2\pi fT$ 。 $f$  為截止頻率(Hz)， $T$  為取樣週期(sec)。從式(41)可以得到， $\tilde{u}_{PID}$  與濾波後之前一次輸出  $\tilde{u}_{PID}(k-1)$ 、未濾波之前一次輸出  $u_{PID}(k-1)$  及未濾波之目前輸出  $u_{PID}(k)$  有關。

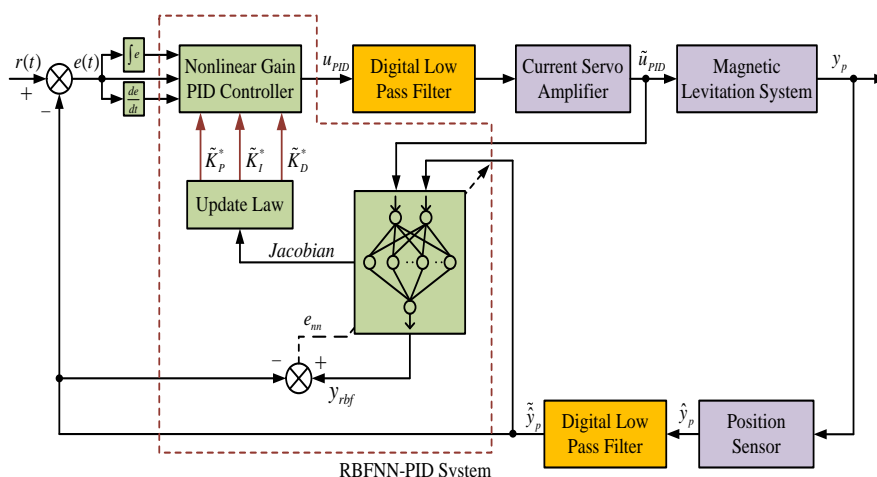
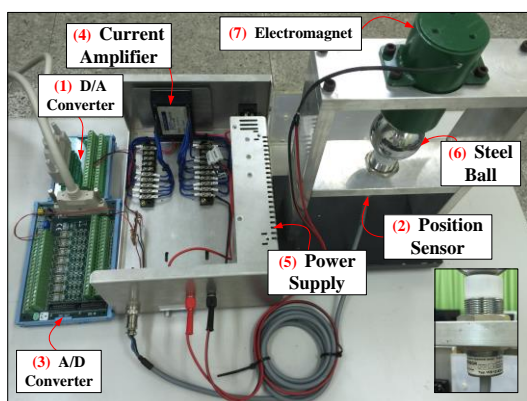


圖 7 磁浮系統控制方塊圖

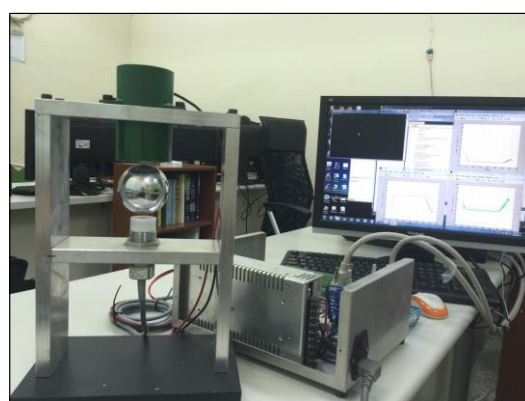
### 肆、實驗平台硬體架構

本文所設計的控制系統是為了實現高性能的控制效果，其系統硬體架構如圖 8(a)。圖 8(a)中註解 1 為 D/A 訊號擷取卡，由於磁浮系統在開迴路情況下為極不穩定的系統，控制訊號的響應頻寬需超過 1KHz 以上，因而選用研華(Advantech)公司所製造的 PCI-1727U 訊號擷取卡，此擷取卡含有 12 組 Analog Signal 輸出埠並擁有 14 位元的轉換精度，訊號輸出可達 5KHz。磁浮球操作範圍其氣隙限制為  $0[\text{mm}] \leq Y(t) \leq 8[\text{mm}]$ ，選用的位置感測器型號為 IAS-10A24-IL 由 RECHNER 公司所製造，可將距離轉換成電壓其操作頻寬可達 5KHz，重複精度小於 0.1% 且飄移度小於 10%，並有過載及短路保護，感測器如圖 8(a)中註解 2 所示，量測距離範圍 0~15mm，輸出電壓範圍 0~4.57V，磁浮系統為先天非線性之動態系統，除了控制器必須深入探討硬體之感測器精度也非常重要。經由實際調校各氣隙所對應的電壓之轉換曲線如圖 9 之實驗結果，利用 Matlab 數學運算軟體所得之曲線擬合轉換方程式如式(42)

$$y(t) = 0.4143V_s^5 - 4.4124V_s^4 + 18.395V_s^3 - 38.1364V_s^2 + 42.944V_s^1 - 16.327 \quad (42)$$



(a)系統硬體架構圖



(b)磁浮系統實際操作圖

圖 8 磁浮系統平台

其中， $V_s$  為位置感測器讀取之電壓值。位置所感測的類比訊號，透過 A/D 轉換器將類比資料轉換成數位資料，磁浮球偏移量的響應相當快速，A/D 訊號轉換器的頻寬需大於 1KHz，本文使用研華公司生產的 A/D 訊號擷取卡 PCI-1716L，如圖 8(a)中註解 3 所示，此擷取卡為 16 位元轉換精度、最高擷取頻寬為 250Ks/s 配合式(41)能夠即時地傳送位置訊號至 PC-Base 中進行控制參數的運算。經由 PC-Base 所計算出來的控制參數為電壓型式，在磁浮系統中，電磁鐵線圈需依靠電流控制產生電磁力，因此需要使用線性放大器轉換控制電壓為控制電流，本文所使用的電流放大器由 Kollmorgen 公司所製造，如圖 8(a)中註解

4 所示。圖 8(a)中註解 5 為電源供應器，由實驗結果得知欲將鐵球從氣隙 8mm 位置浮起，電磁鐵初始電流需大於 7 安培，功率放大器操作電壓為 25 伏特，因此電源供應器選擇 S-320-27 由 Mean Well 公司所製造，功率為 320W，最大輸出電流可達 11 安培。圖 8(a)中註解 6 為 0.75kg 鐵球。圖 8(a)中註解 7 為電磁鐵，電壓操作範圍 0~10V。而 PC-Base(操作於 Windows 7 環境)實現控制法則使用 Visual C++ Professional，並將每次懸浮的數據儲存再由 Matlab 進行響應繪製的工作，磁浮平台透過上述分析方法，設計者能夠即時判別系統輸出的響應，修正控制法則且利用多種控制器進行比較。磁浮系統實際操作如圖 8(b)所示。

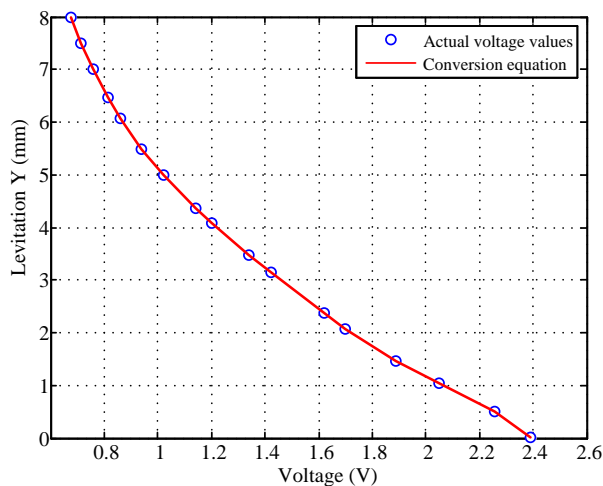


圖 9 電壓與感測位置之耦合曲線

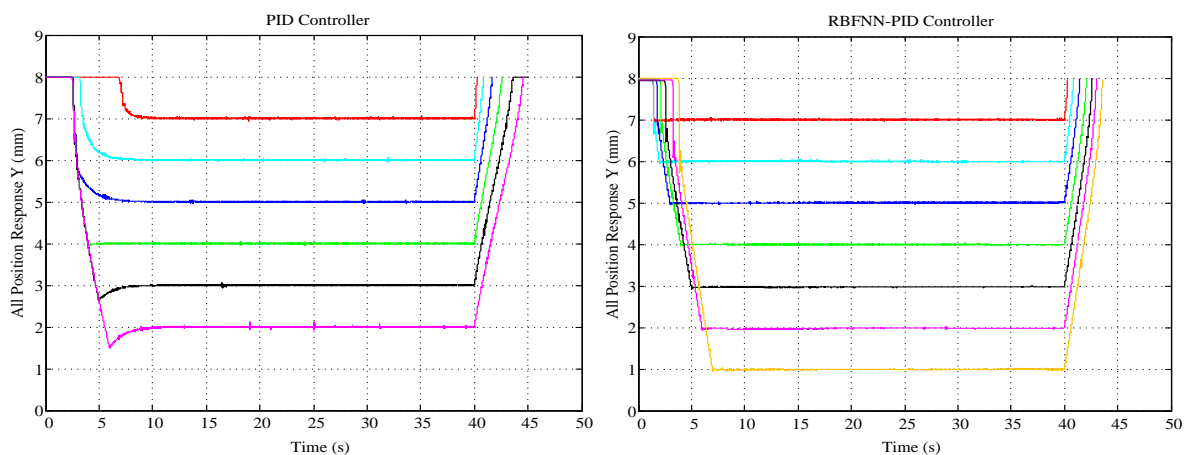
## 伍、結果與討論

本研究使用 Visual C++軟體編寫控制程式，運用 RBFNN 學習控制器參數，而 A/D、D/A 訊號轉換過程中會受到外在的雜訊干擾，使得位置 Sensor 在偵測鐵球懸浮高度時無法精確的換算對應的電壓值，造成控制器運算錯誤並無法正確的懸浮在命令下達的高度，因此加入低通濾波器來改善雜訊的問題，由於本文使用數位控制進行磁浮系統研究，針對濾波器的設計採取離散化的方式，如上述控制器設計所述，而本章節將對鐵球懸浮於定位與追蹤之命令控制進行實驗結果討論，並觀察所設計之控制器增益線上調整的學習狀況。

### 一、定位控制響應

本文將所設計的 RBF 類神經網路智慧型控制器與傳統 PID 控制器在鐵球懸浮於不同高度的狀態進行比較，如圖 10 所示，為了獲得良好的懸浮性能，進行緩慢的浮升及浮降的功能。圖 10(a)為傳統 PID 控制器之位置響應圖，圖中綠色線為鐵球懸浮於系統平衡點的氣隙高度，當固定控制器的三個參數並懸浮於不同的高度，從圖 10(a)可以明確的看見懸浮在 7mm、6mm、5mm 系統響應非常的慢，而在 3mm、2mm 又有過衝的現象。觀察以上各個氣隙位置的輸出響應，得知採用固定的控制增益懸浮於每個高度是無法有理想的動態響應。

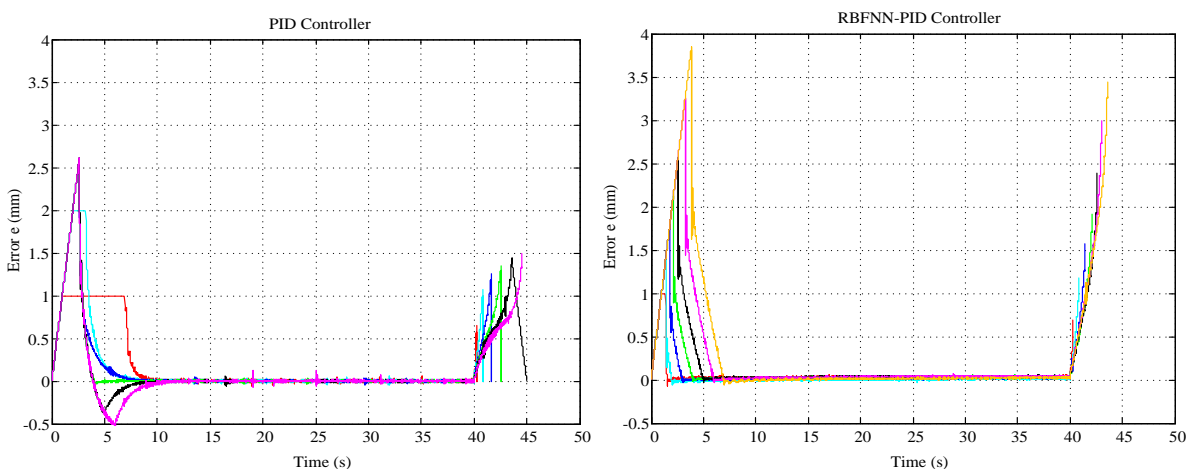
RBFNN 增益自調式控制器之狀態響應則顯示於圖 10(b)中，透過徑向基函數類神經網路調整 PID 控制參數  $K_p$ 、 $K_i$ 、 $K_d$ ，使得增益能夠隨著位置演算出最佳的控制參數，充分發揮對於磁浮系統的不確定與不穩定性的處理能力。更重要的是，從圖 10(a)與(b)中可以清楚的觀察到，採用固定增益之傳統 PID 控制器無法懸浮最靠近電磁線圈的高度，而本文所提出的智慧型控制器能穩定的懸浮在 1mm 的氣隙位置，而且對於每個氣隙高度都能有最佳的動態響應。圖 11、12 之(a)(b)分別是傳統控制器與本文提出的智慧型控制器，各氣隙誤差與電流響應之比較圖，表 2 為穩態最大誤差之平方值。圖 13(a)、(b)分別為 PID 控制增益隨著位置線上調整與 RBFNN 辨識 Jacobian 信息的變化圖。



(a)傳統 PID 控制器之位置響應圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之位置響應圖

圖 10 定位控制之位置響應



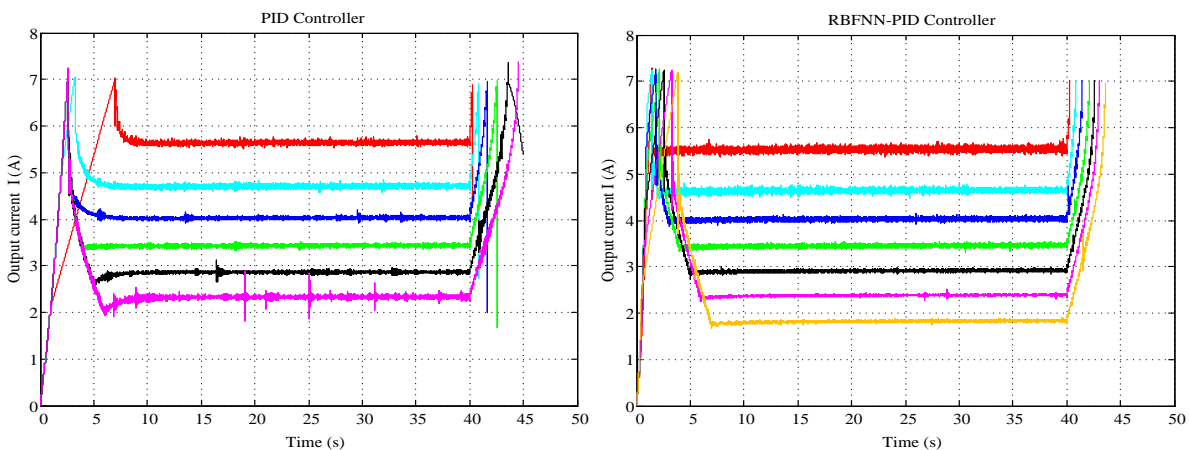
(a)傳統 PID 控制器之氣隙誤差圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之氣隙誤差圖

圖 11 定位控制之位置誤差響應

表 2 定位控制之穩態最大誤差平方值

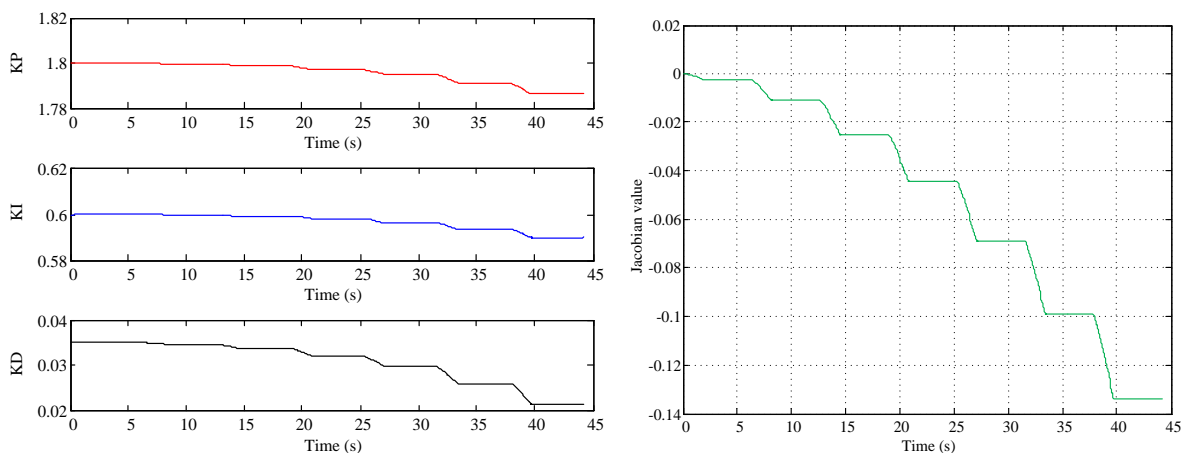
Controller	Distance y(mm)						
	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm	7 mm
RBFNN-PID	0.0014	0.0053	0.0026	0.0016	0.0021	0.0012	0.0028
PID	N/A	0.0161	0.0041	0.0017	0.0019	0.0018	0.0029



(a)傳統 PID 控制器之電流響應圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之電流響應圖

圖 12 定位控制之位置電流響應



(a) PID 控制增益線上調整圖

(b) RBFNN 辨識 Jacobian 信息的變化圖

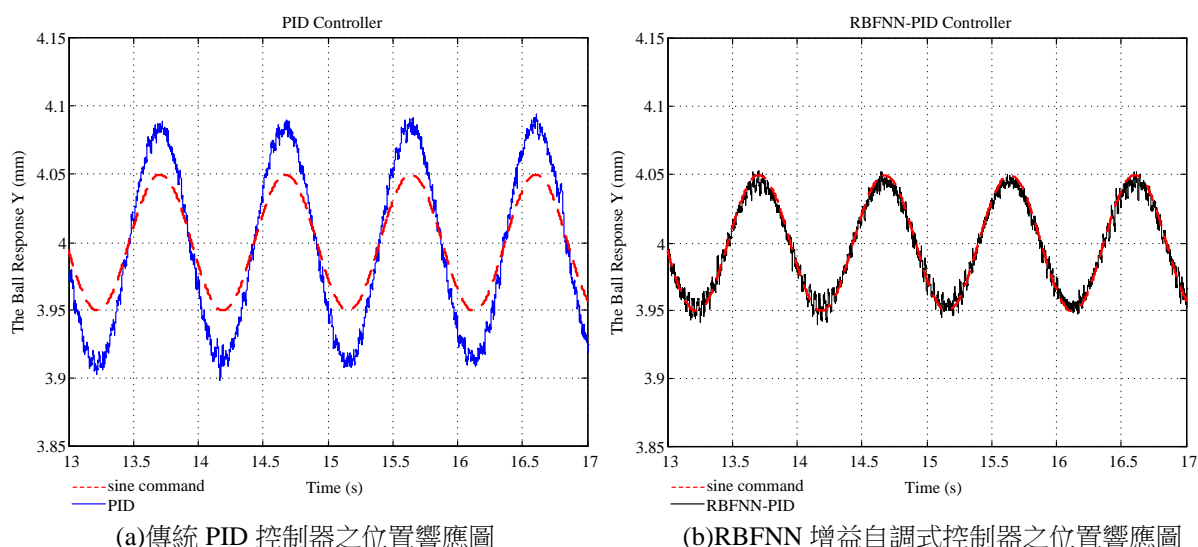
圖 13 定位控制之 PID 控制增益及 Jacobian 變化圖

## 二、追蹤控制響應

除了上述所提的定位控制外，為了驗證控制器的追蹤性能以及強健性，將鐵球懸浮於平衡點位置時加入一正弦波，此正弦波命令為  $CMD_{sin}(t) = (\text{equilibrium point}) + \text{Amp} * \sin(\omega t)$ ， $\text{equilibrium point} = 4(\text{mm})$ ，振幅大小  $\text{Amp} = 0.05(\text{mm})$ ，在頻率分別為 1、10(Hz)進行實驗，結果分別如圖 14~19 所示，並與傳統 PID 控制器性能進行比較。表 3 為所提出的控制器與 PID 控制器在穩態追蹤之最大誤差，結果顯示利用徑向基函數類神經網路之非線性增益控制器，在追蹤正弦命令上有較理想的系統響應，而在正弦波頻率為  $Freq. = 10(\text{Hz})$ 時，所提出的控制器與傳統 PID 控制器之追蹤誤差平方更是三倍之差，得以證明所提出的控制器具有較佳的追蹤控制性能，且在高頻率的變化命令下也能顯現所設計控制器的強健性。圖 20(a)、(b) 分別為 PID 控制增益隨著正弦波命令線上調整與 RBFNN 辨識 Jacobian 信息的變化圖。

表 3 追蹤控制之穩態最大誤差平方值

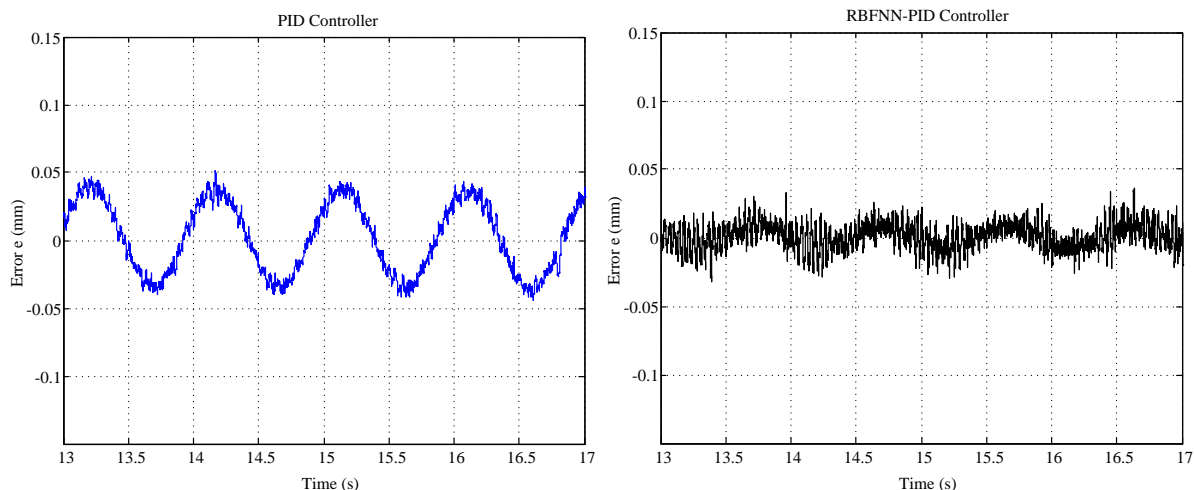
Controller	Frequency (Hz)	
	1Hz	10Hz
RBFNN-PID	0.0011	0.0013
PID	0.0022	0.0041



(a)傳統 PID 控制器之位置響應圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之位置響應圖

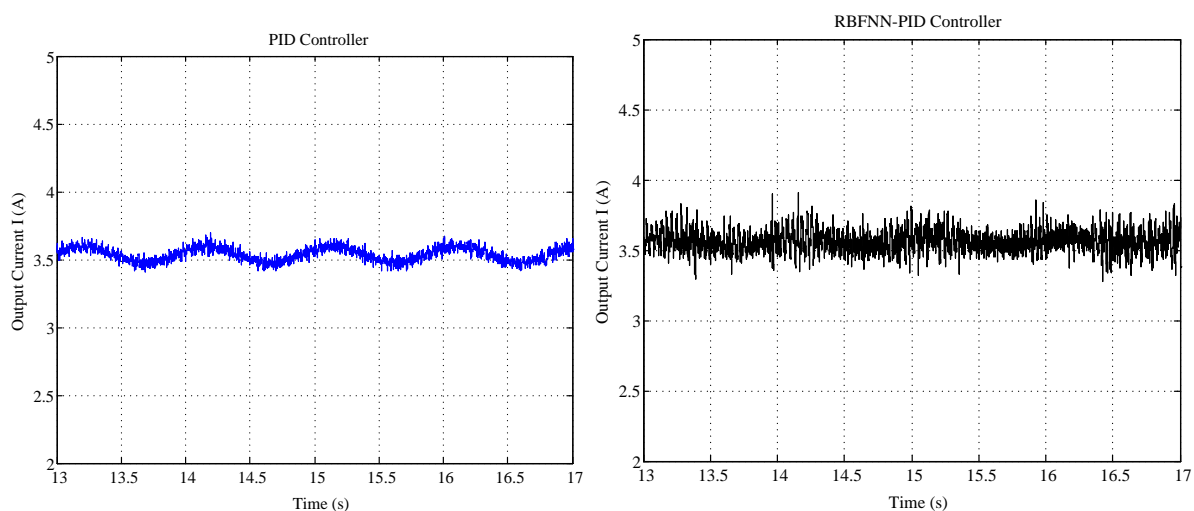
圖 14 追蹤控制之正弦波頻率 1(Hz)位置響應



(a)傳統 PID 控制器之氣隙誤差圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之氣隙誤差圖

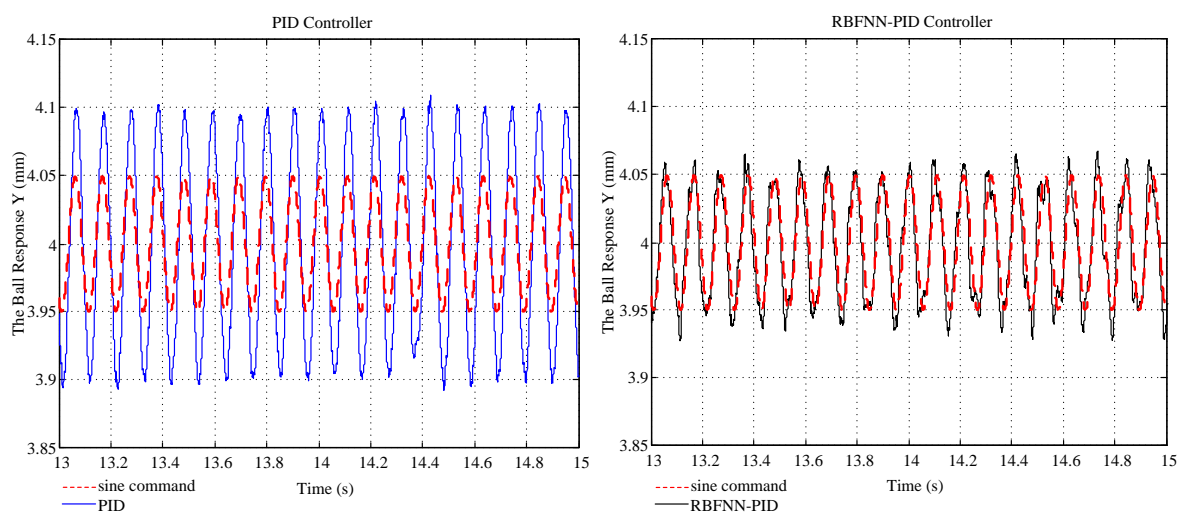
圖 15 追蹤控制之正弦波頻率 1(Hz)誤差響應



(a)傳統 PID 控制器之電流響應圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之電流響應圖

圖 16 追蹤控制之正弦波頻率 1(Hz)電流響應



(a)傳統 PID 控制器之位置響應圖

(b)RBFNN 增益自調式控制器之位置響應圖

圖 17 追蹤控制之正弦波頻率 10(Hz)位置響應

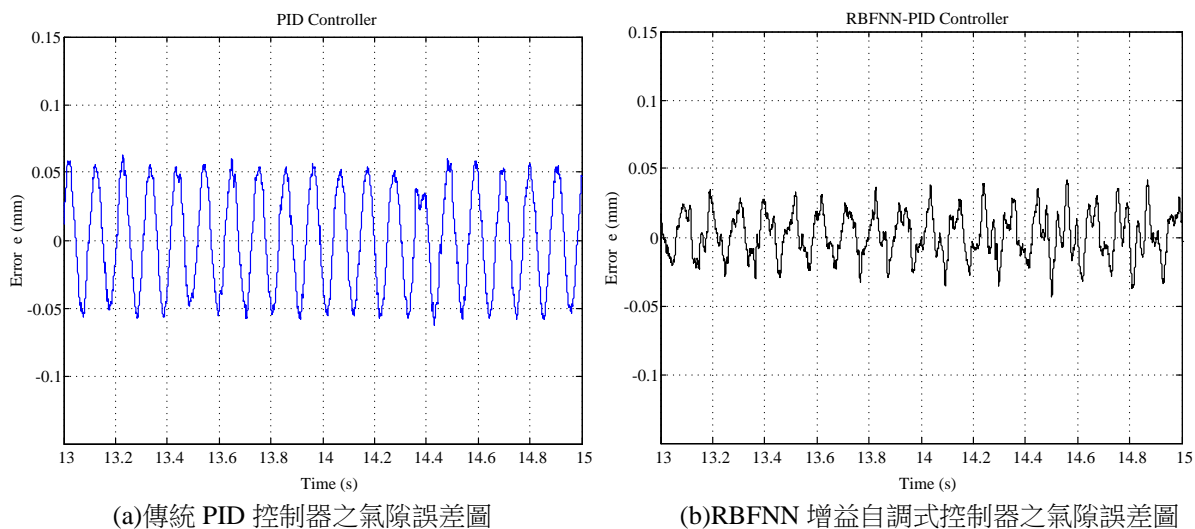


圖 18 追蹤控制之正弦波頻率 10(Hz)誤差響應

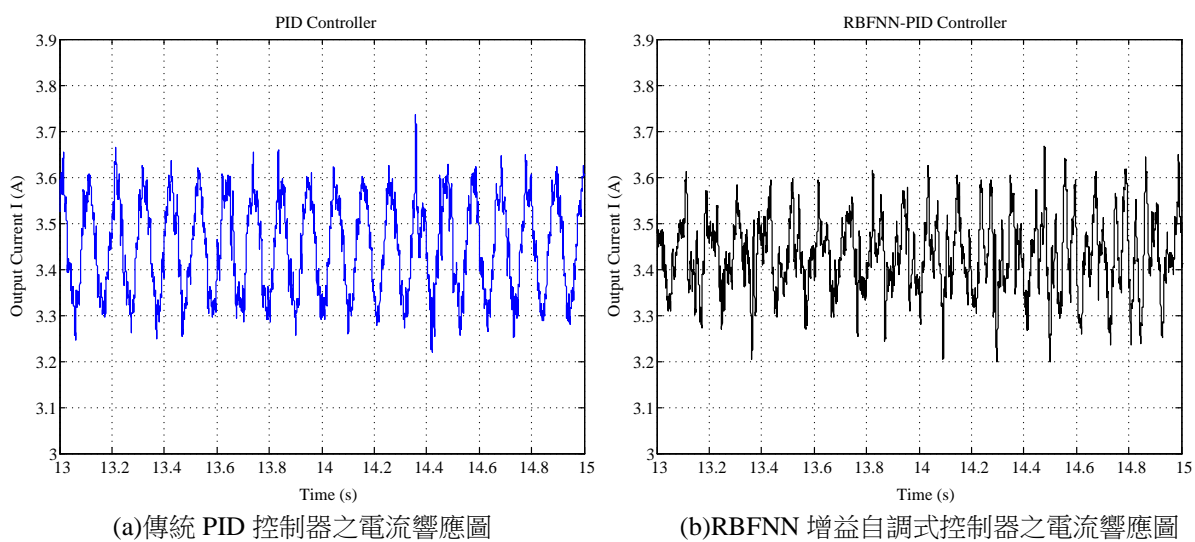


圖 19 追蹤控制之正弦波頻率 10(Hz)電流響應

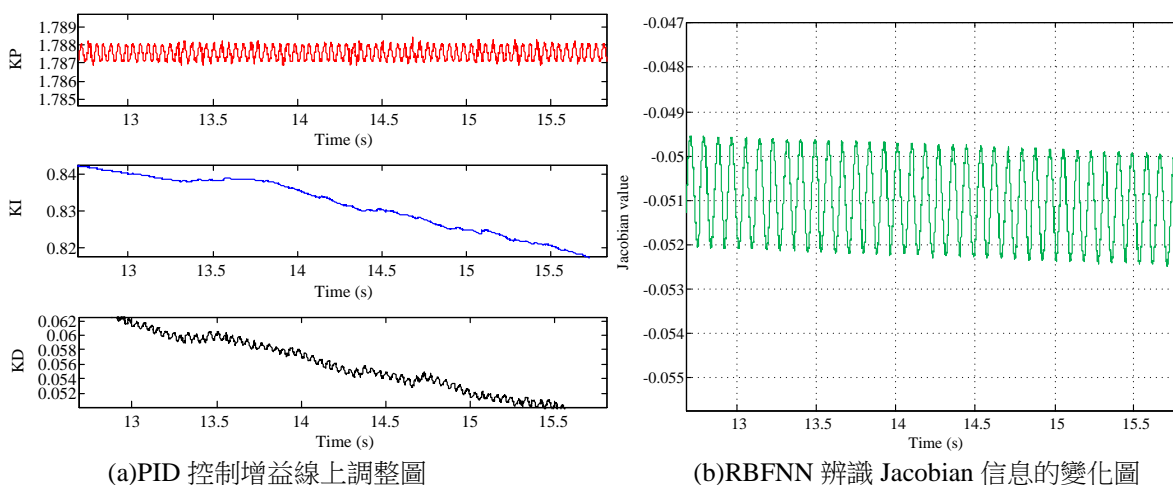


圖 20 追蹤控制之 PID 控制增益及 Jacobian 變化圖

## 陸、結論

過去文獻已經提出許多關於磁浮系統的控制器設計以及分析，僅懸浮在單一的氣隙位置以及追蹤命令，缺乏了懸浮每個氣隙的位置響應以及高頻率的追蹤控制。本研究提出了徑向基函數類神經網路之非線性增益控制器應用在非線性的磁浮系統上，當鐵球懸浮於不同氣隙位置，運用類神經網路線上學習的能力計算出最佳化控制增益並穩定懸浮於命令下達的位置，然而在高頻率的追蹤命令下也顯示出控制器的強健性，經由離散化低通濾波器使得控制與回授訊號不受雜訊干擾。最後，從實驗結果可以驗證本文所提出的控制器能夠在非線性的磁浮系統得到良好的輸出響應，定位與追蹤控制之最大誤差也小於傳統的控制，展現了所提出的控制器在非線性系統的優越性。

## 參考文獻

- [1] M. Ono, S. Koga, and H. Ohtsuki (2002). Japan's superconducting maglev train, *IEEE Instrum. Meas. Mag.*, 5, 9-15.
- [2] D. M. Rote and Y. Cai (2002). Review of dynamic stability of repulsive-force maglev suspension systems, *IEEE Trans. Magn.*, 38, 1383-1390.
- [3] M. Y. Chen, M. J. Wang, and L. C. Fu (2003). A novel dual-axis repulsive maglev guiding system with permanent magnet: Modeling and controller design, *IEEE Trans. Mechatronics*, 8, 77-86.
- [4] D. L. Trumper, S. M. Olson, and P. K. Subrahmanyam (1997). Linearizing control of magnetic suspension systems, *IEEE Trans. Contr.*, 5, 427-438.
- [5] A. E. Hajjaji and M. Ouladsine (2001). Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 48, 831-838.
- [6] W. G. Hurley and W. H. Wolfle (1997). Electromagnetic design of a magnetic suspension system, *IEEE Trans. Educ.*, 40, 124-130.
- [7] M. Shafiq and S. Akhtar (2004). Inverse model based adaptive control of magnetic levitation system, *5th Asian Control Conference*, 3, 1414-1418.
- [8] R. J. Wai, J. D. Lee, and K. L. Chuang (2001). Real-time PID control strategy for maglev transportation system via particle swarm optimization, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 58, 629-646.
- [9] C. M. Lin, M. H. Lin, and C. W. Chen (2011). SoPC-based adaptive PID control system design for magnetic levitation system, *IEEE Syst. J.*, 5, 278-287.
- [10] J. H. Li and J. S. Chiou (2015). GSA-Tuning IPD control of a field- sensed magnetic suspension system, *Sensors*, 15, 31781-31793.
- [11] Z. J. Yang, Y. Fukushima, S. Kanae, and K. Wada (2009). Robust non-linear output-feedback control of a magnetic levitation system by k-filter approach, *IET control theory & applications*, 3, 852-864.
- [12] F.-J. Lin, L.-T. Teng and P.-H. Shieh (2007). Intelligent sliding-mode control using RBFN for magnetic levitation system, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(3), 1752-1762.
- [13] F. J. Lin, S. Y. Chen, and K. K. Shyu (2009). Robust dynamic sliding-mode control using adaptive RENN for magnetic levitation system, *IEEE Trans. Neural Netw.*, 20, 938-950.
- [14] C. M. Lin, Y. L. Liu, and H. Y. Li (2014). SoPC-based function-link cerebellar model articulation control system design for magnetic ball levitation systems, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 61, 4265-4273.
- [15] T. Schuhmann, W. Hofmann and R. Werner (2012). Improving operational performance of active magnetic



bearings using Kalman filter and state feedback control, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 59(2), 821-829.

- [16] C.-C. Tong, E.-T. Ooi and J.-C. Liu (2015). *Design a RBF neural network auto-tuning controller for magnetic levitation system with Kalman filter*, 2015 IEEE/SICE international Symposium on System Integration (SII), Nagoya, Japan.